

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۶ / ۲		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی سال ۱۳۸۵	

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر $A = \{x x \in R, -2 < x < 1\}$ و $B = \{x x \in R, x < 4\}$ و $C = \{x x \in R, x \geq -1\}$ باشد، حاصل $(A \cap B) \cup C$ را بصورت بازه بنویسید.	۱
۱/۲۵	اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور x ها را در نقطه ای بطول ۲ و محور عرضها را در نقطه‌ی -1 قطع کند و از نقطه $(3, 1)$ بگذرد.	۲
۱	دامنه تابع مقابل را تعیین کرده و آنرا بصورت فاصله بنویسید. $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$	۳
۰/۷۵	اگر $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشند، مطلوبست: الف) محاسبه $(f - 2g)(3)$ ب) محاسبه $(f \circ g)(x)$	۴
۱	شکل مقابل نمودار تابع f است. حاصل هر یک از عبارات های زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$	۵
۴/۵	حد توابع زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2-x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 + 5x - 6}{(5x+7)^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2}{x^2 - 4}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2 \sin x}$ ه) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 - 1}$	۶
۱	اگر به ازای هر x در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ داشته باشیم $3 - \cos^2 x \leq f(x) \leq 2 + x^2$ مطلوب است: محاسبه $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	۷
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۲ / ۶ / ۱۳۸۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی سال ۱۳۸۵	

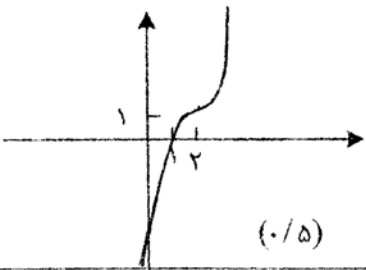
ردیف	سؤالات	نمره
۸	$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 + bx + 1 & x < 1 \\ x & x = 1 \\ a\sin(x-1) + 2b & x > 1 \end{cases}$ در تابع $f(x)$ ضرایب a و b را چنان بیابید که تابع در $x=1$ پیوسته باشد.	۱/۵
۹	تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 3x + 2}$ در چه فاصله‌ی پیوسته است؟	۱
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در نقطه‌ی $x=0$ بدست آورید.	۱
۱۱	مشتق تابعهای زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲
	الف) $f(x) = \left(\frac{2x+1}{3x+2}\right)^2$	
	ب) $g(x) = \text{tg}(2x^2 + 1)\text{Sin}x$	
	ج) $h(x) = 3 + \sqrt{x^2 + 3}$	
۱۲	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 2}$ را در نقطه‌ی ای بطول ۲ واقع بر منحنی این تابع بدست آورید.	۱/۲۵
۱۳	تابع $y = x^3 + ax^2 + b$ مفروض است. ضرایب a و b را چنان بیابید که $A(-1, 0)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۴	جهت تغییرات و نمودار $y = (x-2)^3 + 1$ را رسم کنید.	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)		رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۵ / ۶ / ۲
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در دوره ی تابستانی سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$A = (-2, 1)$, $B = (-\infty, 4)$, $C = [-1, +\infty)$ (۰/۵) $A \cap B = (-2, 1) \cap (-\infty, 4) = (-2, 1)$ (۰/۲۵) $(A \cap B) \cup C = (-2, 1) \cup [-1, +\infty) = (-2, +\infty)$ (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	$(2, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = 4a + 2b + c$ (۰/۲۵) $(0, -1) \in \text{سهمی} \Rightarrow -1 = c$ (۰/۲۵) $\begin{cases} 9a + 3b = 2 \\ 4a + 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵) , $b = +\frac{1}{6}$ (۰/۲۵) $(3, 1) \in \text{سهمی} \Rightarrow 1 = +9a + 3b - 1$ (۰/۲۵)	۲
۱	$\begin{cases} x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 & (۰/۲۵) \\ x \neq 0 & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow D_f = \{x x \geq -2\} - \{0\} \Rightarrow D_f = [-2, 0) \cup (0, +\infty)$ (۰/۵)	۳
۰/۷۵	الف) $f(3) = 6$, $g(3) = 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (f - 2g)(3) = 6 - 4 = 2$ (۰/۲۵) ب) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x+1})^2 - 3$ (۰/۲۵)	۴
۱	الف) ۲ (۰/۲۵) ب) -۲ (۰/۲۵) ج) ۱ (۰/۲۵) د) حد ندارد (۰/۲۵)	۵
۴/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(2-x)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(2-x)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{-1}{4}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2}{25x^2} = \frac{3}{25}$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2}{x^2-4} \begin{cases} \nearrow \frac{-20}{0^+} = -\infty & (۰/۵) \\ \searrow \frac{-20}{0^-} = +\infty & (۰/۵) \end{cases}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2 \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2} = 0$ (۰/۲۵) هـ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(3x+2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+2}{x-1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۶
۱	$\lim_{x \rightarrow 0} (3 - \cos^2 x) = 3 - 1 = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0} (2 + x^2) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ طبق قضیه فشردگی داریم :	۷
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی	۸
« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)	رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۲ / ۶ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در دوره ی تابستانی سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a \sin(x-1) + 2b) = 2b \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2ax^2 + bx + 1) = 2a + b + 1 \quad (./25) \Rightarrow$ $f(1) = 1 = 1 \quad (./25)$ $2b = 2a + b + 1 = 1 \quad (./25) \Rightarrow b = \frac{1}{2}, \quad 2a = \frac{-1}{2} \rightarrow a = \frac{-1}{4} \quad (./25)$																			
۹	$x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \quad (./5)$ <p>فاصله پیوستگی : $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$ یا $R - \{1, 2\}$ (./5)</p>																			
۱۰	$f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x - 1}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x} = -1 \quad (./25)$ <p>یا از راه $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$</p>																			
۱۱	<p>الف) $f'(x) = 2 \left(\frac{2x+1}{2x+2} \right) \left(\frac{2(2x+2) - 2(2x+1)}{(2x+2)^2} \right) \quad (./75)$</p> <p>ب) $g'(x) = 2x(1 + \tan^2(2x^2 + 1)) \sin x + \tan(2x^2 + 1) \cos x \quad (./25)$</p> <p>ج) $h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}} \quad (./5)$</p>																			
۱۲	$x=2 \Rightarrow y=2 \quad A(2,2) \quad (./25)$ $f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+2}} \quad (./25) \Rightarrow m_A = \frac{3}{4} \quad (./25)$ <p>معادله مماس $y-2 = \frac{3}{4}(x-2) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \quad (./5)$</p>																			
۱۳	$y' = 2x^2 + 2ax \quad y'' = 4x + 2a \quad (./25)$ $A(-1,0) \Rightarrow \begin{cases} 0 = 6(-1) + 2a \quad (./25) \Rightarrow -6 + 2a = 0 \rightarrow a = 3 \quad (./25) \\ 0 = (-1)^2 + a(-1)^2 + b \quad (./25) \Rightarrow -1 + a + b = 0 \Rightarrow -1 + 3 + b = 0 \rightarrow b = -2 \quad (./25) \end{cases}$																			
۱۴	$y' = 2(x-2)^2 = 0 \rightarrow x=2, y=1 \quad (./25)$ <p>نقطه عطف $y'' = 6(x-2) = 0 \rightarrow x=2, y=1 \quad (./25)$</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(./5)</p> 	x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	y'		+	0	+		y	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$															
y'		+	0	+																
y	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
۲۰	مصححین محترم برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.																			